## 基础课03 等式性质与不等式性质

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **考点考向** | **课标要求** | **真题印证** | **考频热度** | **核心素养** |
| 不等关系与不等式的性质 | 掌握 | 2019年全国Ⅱ卷 | ★☆☆ | 逻辑推理数学运算 |
| 命题分析预测 | 从近几年高考的情况来看，等式与不等式的性质是高考常考内容，一般与其他知识结合考查.预计2025年高考命题情况变化不大，复习时以基础题为主 | | | |

### 基础知识·诊断

#### 夯实基础

##### 一、比较两个实数大小的方法

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 关系 | 方法 | |
| 作差法 | 作商法 |
|  |  | 或 |
|  |  |  |
|  |  | 或 |

##### 二、等式的性质

|  |  |
| --- | --- |
| 性质 | 性质内容 |
| 对称性 |  |
| 传递性 | , |
| 可加（减）性 |  |
| 可乘性 |  |
| 可除性 | , |

##### 三、不等式的性质

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 性质 | 性质内容 | 注意 |
| 对称性 | ; | 可逆 |
| 传递性 | ,；, | 同向 |
| 可加性 |  | 可逆 |
| 可乘性 | ,；, | 的符号 |
| 同向可加性 | , | 同向 |
| 同向同正可乘性 | , | 同向同正 |
| 同正可乘方性 | , | 同正 |
| 同正可开方性 | ,, | 同正 |

###### 知识 拓展

1.倒数性质的四个必备结论

（1）,.

（2）.

（3）,.

（4）或.

2.有关分数的性质

若，，则：

（1），；

（2），.

#### 诊断自测

##### 题组1 走出误区

1. 判一判.（对的打“√”，错的打“×”）

（1） .( × )

（2） .( × )

（3） .( × )

（4） 若,,则.( √ )

2. （多选题）（易错题）设，则下列不等式中正确的是( ACD ).

A. B. C. D.

【**易错点**】忽视字母的取值范围致误.

[解析]因为，所以，故正确； 当时，，故错误；，故正确； 由，可得，故正确.故选.

##### 题组2 走进教材

3. （人教A版必修改编）下列命题为假命题的是( C ).

A. 若，则 B. 若，则

C. 若，则 D. 若，则

[解析]显然,,为真命题；对于，若，，则，故为假命题.故选.

4. （人教A版必修（4）改编）设，，则与的大小关系为.

[解析]依题意，，故.

##### 题组3 走向高考

5. [2019·全国Ⅱ卷]若，则( C )

B.C.D.

[解析]取,，满足，，，故，错误；取,，满足，，故错误；因为幂函数是增函数，且，所以，即，故正确.故选.

### 考点聚焦·突破

#### 考点一 比较两个数（式）的大小［自主练透］

1. 已知,,,，则( D ).

A. B. 且 C. D. 且

[解析]因为，所以，,,，

因为，所以，

因为，所以，

因为，符号不能确定，所以,的大小不能确定.故且.故选.

2. 已知，且,，则,之间的大小关系是( C ).

A. B.

C. D. ,的关系随而定

[解析]由题意易知,，因为，所以.故选.

3. 若，，，则,的大小关系是( C ).

A. B. C. D. 不能确定

[解析]，令，则，当时，，所以在上单调递增，因为，所以，又,，所以，所以.故选.



**比较两个数（式）大小的三种方法**

1.作差法：①作差；②变形；③定号；④得出结论.

2.作商法：①作商；②变形；③判断商与1的大小关系；④得出结论.

3.构造函数法：①观察式子；②构造函数；③利用单调性比较大小；④得出结论.

#### 考点二 不等式的基本性质［自主练透］

1. 对于实数，，，下列说法错误的是( B ).

A. 若，，则

B. 若，则

C. 若，则

D. 若，，则

[解析]当，时，必有，，由得，故正确；

当时，，则，故错误；

当时，，故正确；

当，时，，由，得，故正确.故选.

2. [2024·南京统考]（多选题）下列命题为真命题的是( CD ).

A. ,

B. “”是“”的充分条件

C. 若,则

D. 若,,则

[解析]对于,当时,,,不满足,故为假命题;

对于,当,时,,不满足题意,故为假命题;

对于,因为,在两边同时乘以可得,在两边同时乘以,可得,所以成立,故为真命题;

对于,因为,所以，又,所以两式相加可得,则成立,故为真命题.

故选.

3. （多选题）十六世纪中叶，英国数学家雷科德在《砺智石》一书中首先把“”作为等号使用，后来英国数学家哈里奥特首次使用“ ”和“ ”符号，并逐渐被数学界接受，不等号的引入对不等式的发展影响深远.若，，，则下列说法正确的是( ABC ).

A. 若，则 B. 若,，则

C. 若，，则 D. 若，则

[解析]对于，因为，所以，故正确；

对于，，故正确；

对于，若，，则，即，故正确；

对于，当，时，满足，但，故不正确.

故选.



**判断不等式成立的三种方法**

1.利用不等式的性质逐个验证.

2.在选择题中，可利用特殊值排除错误选项.

3.利用函数的单调性.当直接利用不等式的性质不能比较大小时，可以利用幂函数、指数函数、对数函数的单调性进行判断.

#### 考点三 不等式性质的综合应用［师生共研］

典例 [2024·大庆校考]已知，，则的取值范围是( D ).

A. B. C. D.

[解析]因为，，所以，，所以.故选.

变式设问1 若将本例中的条件“，”改为“,”，则的取值范围是.

[解析]设，即，

所以解得即，

因为，所以， ①

又因为，所以， ②

由，得，故的取值范围是,.

变式设问2 若将本例中的条件“，”改为“,,,”，则的取值范围是.

[解析]由题易得，,，

设，

即,所以解得即，由,，得,故的取值范围是.



**利用不等式的性质求代数式的取值范围的两点注意**

1.必须严格运用不等式的基本性质.

2.在多次运用不等式的性质时有可能扩大了变量的取值范围，解决的方法是先建立所求范围的整体与已知范围的整体的等量关系，再通过“一次性”不等关系的运算求解范围.

##### 针对训练

1. [2024·嘉兴摸底]（多选题）已知实数，满足，，则( ACD ).

A. B. C. D.

[解析]实数，满足，，

由不等式的同向可加性和同向同正可乘性，得，，故，正确；

由，得，故错误；

由，得，故正确.故选.

2. 若 ， 满足，则 的取值范围是.

[解析]因为，所以，，则 ，又，所以.